注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用 IMC 各項試題及其解答。**可直接下載而不須申請**。

重版、系統地複製或大量重製本資料的任何部分，必須獲得 IMC 行政委員會的授權許可。

申請此項授權請電郵 IMC 行政委員會主席孫文先

ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the IMC Executive Board. Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

InIMC - 2017
India International Mathematics Competition
Organized by - **CITY MONTESSORI INTER COLLEGE**, RDSO Campus, Lucknow - INDIA
Phone: +91-522-2453546, E-mail: inimc@cmseducation.org, rdso@cmseducation.org

青少年數學國際城市邀請賽

個人賽試題

答題時間：120 分鐘

答題指引:

- 個人賽試題答題時間共 120 分鐘，包括兩個部份：
  第一部份包括填充題 12 題，只須填寫阿拉伯數值答案；
  第二部份包括計算與證明題 3 題，必須填寫詳細計算過程或證明。
- 第一部份每道題目 5 分，沒有部分分數，答錯不倒扣分數。您所填入的答案個數不得多於所要求的答案個數。若題目有不只一個答案，則全部答對才給分。
  第二部份每道題目 20 分，將根據答題情況給予部份分數。
- 題目中所提供之圖形只是示意圖，不一定精準。

作答須知:

- 請在本頁的對應位置填寫您的隊名、姓名及編號。
- 第一部份填充題，請將答案填寫在題末所附的空格內。
  第二部份計算與證明題，請在題目下空白處寫出計算或證明過程。
- 可使用鉛筆、藍色或黑色原子筆作答。
- 不得使用任何計算器具、電子儀器與量角器。
- 答題結束後，請將您的題目卷、答案卷與所有草稿紙裝入信封並交由監試人員收回。

Traditional Chinese Version

正體中文版

隊名: _____ 姓名: _____ 編號: _____ 分數: _____

以下欄位由評審填寫，考生請勿做任何記號

題號	第一部份												第二部份			總分	評審簽名
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3		
分數																	
分數																	

第一部份：

填充題，請將答案填寫在題末所附的空格內，共十二題，每題 5 分。

1. 已知精裝本小說和精裝本課本的數量一樣多，且$\frac{2}{5}$的小說為精裝本，$\frac{3}{4}$的課本為精裝版。請問精裝本書籍占所有書籍的比例為多少？

Answer：_____

2. 一位農夫收成了 2017 顆蘋果，平均重量為 100g。重量大於 100g 的蘋果之平均重量為 122g，重量小於 100g 的蘋果之平均重量為 77g。請問這位農夫至少收成了多少顆重量恰好為 100g 的蘋果？

Answer：_____ 顆

3. 已知一個矩形其中三條邊長之和為 2017 cm，第四條邊與一條對角線長度之和也為 2017cm，請問這個矩形的對角線長度為多少 cm？

Answer：_____ cm

4. 已知實數 a、b、c、d 滿足 $0 \le a \le b \le c \le d$ 且 $c+d=a^2+b^2+c^2+d^2=1$。請問 $a+b$ 的最大值為多少？

Answer：_____

5. 已知 a、b、c 為正實數，請問分式 $\frac{a^2+b^2+c^2}{ab+bc}$ 的最小可能值為多少？

Answer：_____

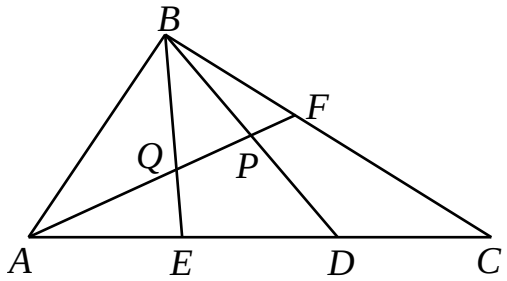
6. 一個圓內接八邊形的邊長分別為 3、3、11、11、15、15、15、15 cm，請問這個八邊形的面積為多少 cm^2？

Answer：_____ cm^2

7. 若實數 x、y 滿足 $4x^2+y^2=4x-2y+7$，請問 $5x+6y$ 的最大值為多少？

Answer：_____

8. 在三角形 ABC 中，點 E 與點 D 都在邊 AC 上，點在 F 在邊 BC 上，滿足 $AE=ED=DC$ 且 $BF:FC=2:3$。AF 分別交 BD 與 BE 於點 P 與 Q。請問四邊形 $EDPQ$ 與三角形 ABC 的面積之比是什麼？

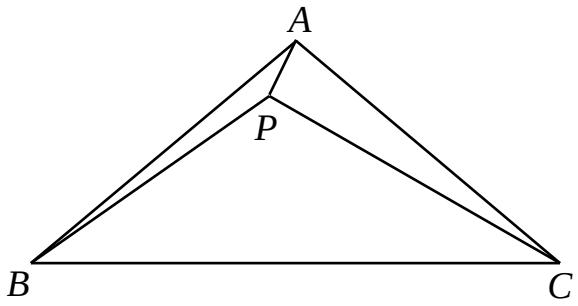


Answer：_____

9. 已知非負實數 x_1、x_2、…、x_8 之和為 8。請問 $x_1x_2+x_2x_3+x_3x_4+\cdots+x_7x_8$ 的最大值為多少？

Answer：_____

10. 在等腰三角形 ABC 中，$AB=AC$ 且 $\angle BAC=100°$。已知點 P 在三角形 ABC 的內部滿足 $\angle CBP=35°$ 且 $\angle PCB=30°$。請問 $\angle BAP$ 為多少度？



Answer：_____ °

11. 若 $xyz=-1$ 且 $a=x+\frac{1}{x}$、$b=y+\frac{1}{y}$、$c=z+\frac{1}{z}$，請問 $\sqrt{a^2+b^2+c^2+abc}$ 的值為多少？

Answer：_____

12. 小明、小亮、小強三人擁有彈珠的數量互不相同，每兩人的彈珠數量乘積之和的 5 倍等於三人的彈珠數量乘積的 7 倍。請問這三人的彈珠數量之和的最大值為多少？

Answer：_____

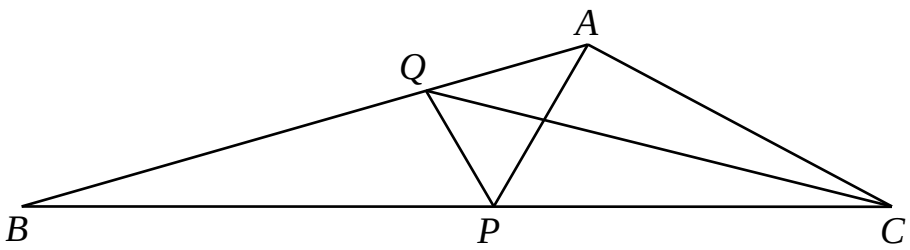
第二部份：

計算與證明題，請在題目下空白處寫出計算或證明過程。共三題，每題 20 分。

1. 若非負整數 x、y 使得 $2^6+2^x+2^{3y}$ 為小於 10000 的完全平方數，請問 $x+y$ 的最大值為多少？

Answer：_____

2. 在三角形 ABC 中，$\angle B=16°$ 且 $\angle C=28°$。點 P 在邊 BC 上滿足 $\angle BAP=44°$，點 Q 在邊 AB 上滿足 $\angle QCB=14°$。請問 $\angle PQC$ 為多少度？



°

Answer：_____

3. 設 $f(x)$ 與 $g(x)$ 為關於 x 且相異的兩個二次函數，並滿足二次項係數為 1 且

$$f(1)+f(2017)+f(2017^2)=g(1)+g(2017)+g(2017^2)。$$

若 $f(x)=g(x)$，請問 x 的值為多少？

Answer：_____